

## تأثیر ناحیه داده‌های میدان جابه‌جایی بر دقت ضریب شدت تنش در روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی

عبدالرحمان حقیقی

قطب مکانیک تجربی هوشمند، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

ناصر سلطانی

قطب مکانیک تجربی هوشمند، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

### چکیده

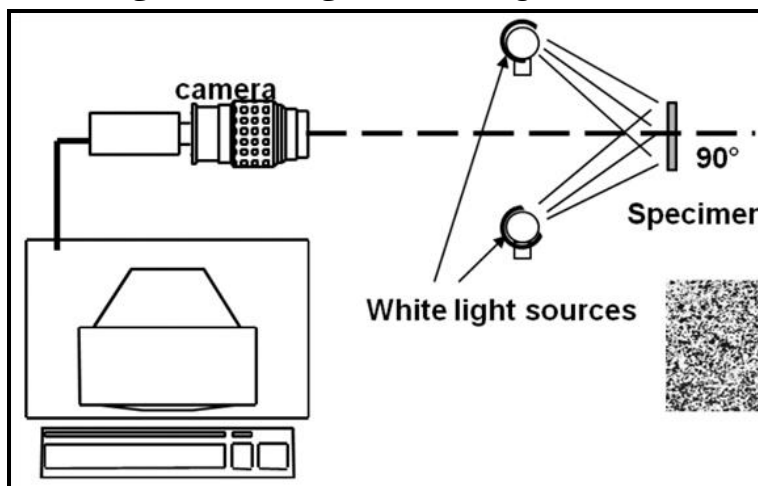
روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی یک ابزار کاربردی برای اندازه‌گیری ضریب شدت تنش می‌باشد و به‌صورت تجربی با مقایسه نتایج DIC با هندسه‌هایی که برای آن‌ها روابط تحلیلی وجود دارد و روش‌های اندازه‌گیری دیگر، کارایی و دقت DIC تأیید شده است. این روش بر گرفتن تصاویر نمونه در مراحل مختلف بارگذاری متکی است. روش DIC با وجود کاربرد فراوان و سهولت ظاهری در استفاده، در مقایسه با روش‌های به‌خوبی تثبیت‌شده مانند کرنش‌سنج‌ها معایبی نیز دارد، زیرا زنجیره اندازه‌گیری در DIC شامل تعداد زیادی از مؤلفه‌ها است که بر روی نتایج تأثیرگذار می‌باشد. در این پژوهش به بررسی داده‌های میدان جابه‌جایی استخراج شده با DIC در جهت ترک و عمود بر ترک برای محاسبه ضریب شدت تنش پرداخته شده است و همچنین تأثیر مکان داده‌برداری بر دقت نتایج بررسی شده است، برای این منظور یک تصویر عددی ساخته شده و یک میدان جابه‌جایی مجازی به تصویر اعمال شده است و با استفاده از DIC میدان جابه‌جایی استخراج شده است. به منظور استخراج ضریب شدت تنش از نواحی مختلف میدان‌های داده‌برداری انجام شده است. نتایج ضریب شدت تنش نشان می‌دهد که استفاده از میدان جابه‌جایی در راستای ترک نسبت به میدان جابه‌جایی عمود بر ترک دقت بالاتری دارد و همچنین مکان داده‌برداری نیز تأثیر قابل توجهی بر دقت نتایج دارد.

**واژگان کلیدی:** روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی، مکانیک شکست، ضریب شدت تنش، ترک



## مقدمه

مبنای روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال<sup>۱</sup> (DIC) براساس تئوری جریان نوری است که با ثبت تصویر در طول آزمایش و ردیابی الگوهای لکه‌ای، اندازه‌گیری‌های کمی از شکل، جابجایی و کرنش را امکان‌پذیر می‌کند. امروزه، به لطف توسعه فناوری رایانه و دوربین‌های دیجیتال، DIC در بسیاری از زمینه‌های علوم و مهندسی گسترش یافته و کاربرد گسترده‌ای دارد. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، حداقل شرایط لازم برای انجام آزمایش DIC عبارت است از: ۱- یک دوربین عمود بر سطح نمونه، ۲- نمونه‌ای که بر روی سطح خود الگوی تصادفی دارد و ۳- روشنایی یکنواخت روی سطح با نور سفید.



شکل ۱: چیدمان کلی روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال (Sutton, 2014)

روش DIC کاربردهای بسیاری در زمینه‌های مهندسی مکانیک، متالورژی، عمران و ... دارد. امروزه DIC یک ابزار پرکاربرد برای اندازه‌گیری خواصی از مواد است که برای استخراج آن نیاز به داشتن میدان جابه‌جایی در سطح نمونه می‌باشد. در حوزه مکانیک شکست به‌منظور اندازه‌گیری ضرایب شدت تنش از روش‌هایی نظیر کرنش‌سنجی، پوشش ترد، فتوالاستیسیت، سایه‌نگاری، DIC و ... استفاده می‌شود. امروزه استفاده از DIC برای اندازه‌گیری شدت تنش بسیار مورد اقبال است و این درحالی می‌باشد که استاندارد و دستورالعملی برای تخمین خطای DIC در اندازه‌گیری ضرایب شدت تنش وجود ندارد و لازم است که پژوهش‌هایی در این زمینه انجام شود تا نتایج حاصله مطمئن‌تر شود.

## پیشینه پژوهش

در همان اوایل مطرح‌شدن DIC از این روش برای اندازه‌گیری ضریب شدت تنش استفاده شده است. مکنیل و همکاران (McNeill et al, 1987) برای اولین بار برای اندازه‌گیری ضریب شدت تنش از روش DIC استفاده نمودند و نشان دادند که نتایج DIC با نتایج حاصل از فرمول‌های تجربی به‌طور میانگین ۰ تا ۲۰ درصد اختلاف دارد و این اختلاف برای بعضی تست‌ها به بیش از ۳۰ درصد هم می‌رسد. ریتور و همکاران (Réthoré et al, 2005) برای اندازه‌گیری تجربی ضرایب شدت تنش در حالت مود ترکیبی از DIC استفاده نمودند و برای این منظور از میدان جابه‌جایی و انتگرال جی استفاده نمودند. آن‌ها برای استخراج ضریب شدت تنش دامنه داده‌ها را به صورت یک کمان در نظر گرفتند و گزارش کردند که تغییر قطر داخلی و خارجی کمان (در بازه ۲ تا ۷ میلی‌متر) تأثیری چندانی بر دقت نتایج ندارد. روکس و همکاران (Roux et al, 2009) روش‌های مختلف استخراج ضریب شدت تنش با DIC را بررسی کردند. طبق نمودارهایی که گزارش کردند با افزایش دامنه استخراج داده‌ها، دقت نتایج بیشتر می‌شود.

<sup>1</sup> Digital Image Correlation



اشراقی و همکاران (Eshraghi et al, 2014) به بررسی تأثیر پارامترهای زیرناحیه در تعیین ضریب شدت تنش مود اول در قطعه‌ای با دو ترک جانبی پرداختند. آن‌ها زیر دامنه داده‌ها را به صورت کمان در نظر گرفتند. طبق نتایج این مقاله، اندازه دامنه ۴۱ تا ۸۱ برای استخراج ضریب شدت تنش مناسب است و همچنین با افزایش مقدار شعاع دامنه استخراج داده‌ها (به بیش از ۱۰ میلی متر) دقت نتایج افزایش می‌یابد. شیوایی و همکاران (Kojouri et al, 2023) نشان دادند که با افزایش شعاع دامنه استخراج داده خطای ضریب شدت تنش کاهش می‌یابد و به حدود ۵ تا ۸ درصد می‌رسد.

به دلیل بیشتر بودن اندازه مقدار جابه‌جایی، معمولاً از میدان جابه‌جایی عمود بر ترک، به منظور استخراج ضرایب شدت تنش استفاده می‌شود (Chen et al, 2015) (Mokhtarishirazabad et al, 2018). درحالی که مقدار خطای میدان جابه‌جایی در راستای ترک کمتر است (Eremin et al, 2022).

با همه کارهایی که در زمینه استخراج ضریب شدت تنش با DIC انجام شده است اما گزارشاتی در زمینه اختلاف زیاد نتایج DIC با نتایج تحلیلی وجود دارد (Eremin et al, 2022) و از طرف دیگر، مکان و نوع داده‌هایی که برای استخراج ضریب شدت تنش می‌بایست استفاده شود نیز نیاز به بررسی دقیق‌تری دارد که در این پژوهش به آن پرداخته می‌شود.

### الگوریتم استخراج ضریب شدت تنش

با توجه به روش ویلیامز (Anderson, 2005) میدان جابه‌جایی اطراف نوک ترک در حالت مود بارگذاری I به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^m \frac{r^n}{2G} a_n \begin{pmatrix} \left[ k + \frac{n}{2} + (-1)^n \right] \cos \frac{n\theta}{2} - \frac{n}{2} \cos \frac{(n-4)\theta}{2} \\ \left[ k - \frac{n}{2} - (-1)^n \right] \sin \frac{n\theta}{2} + \frac{n}{2} \sin \frac{(n-4)\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

که در آن  $u$  و  $v$  مولفه‌های جابه‌جایی در امتداد محور  $x$  و  $y$  هستند،  $G$  مدول برشی،  $m$  تعداد عبارتهای سری است و  $k = 3 - 4\nu$  برای کرنش صفحه‌ای و  $k = (3 - \nu) / (1 + \nu)$  برای تنش صفحه‌ای و  $\nu$  نسبت پواسون است و  $a_n$  ثابت‌های سری است. با داشتن مقدار  $a_1$  مقدار ضریب شدت تنش در حالت مود I به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_I = a_1 \sqrt{2\pi} \quad (2)$$

عبارت (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\{U\} = \{A\} [C] \quad (3)$$

که در آن  $U$  ماتریس میدان جابه‌جایی،  $A$  ماتریس ضرایب سری که شامل  $a_1, a_2, \dots, a_m$  می‌شود و  $C$  ترم‌های سری است که تابع  $r$  و  $\theta$  هستند. در حالتی که میدان جابه‌جایی مشخص است، برای بدست آوردن ضریب شدت تنش می‌بایست ماتریس ضرایب را تعیین نمود. برای این منظور از روابط ماتریسی و رویکرد حداقل مربع استفاده می‌شود که به صورت زیر است:

$$\{A\} = \left( [C]^T [C] \right)^{-1} [C]^T \{U\} \quad (4)$$

### شبیه‌سازی میدان جابه‌جایی

به منظور شبیه‌سازی میدان جابه‌جایی می‌بایست تصویر مرجع و تغییر شکل یافته را به صورت عددی ایجاد نمود. با داشتن ضرایب سری ویلیامز، خواص مواد، نوع بارگذاری و الگوی لکه‌ای، می‌توان میدان جابه‌جایی و تصویر تغییر شکل یافته را ایجاد نمود. مقادیر سری ویلیامز برای یک صفحه با ترک لبه‌ای در حالت مود I توسط لیا و همکاران (Liao et al, 2015) محاسبه



و با مقایسه با نتایج دیگران تصدیق شده است. این مقادیر برای یک صفحه با نسبت طول به عرض ۲ و طول ترک نصف عرض نمونه در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: ضرایب سری ویلیامز برای یک صفحه با ترک لبه‌ای (Liao et al, 2015)

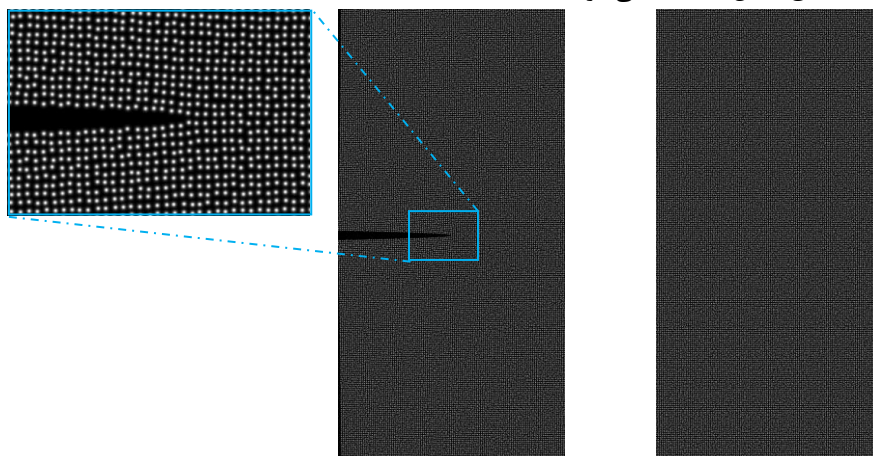
$a/w$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
0.50	2.8255	-0.1025	-0.4118	0.0202	-0.0740

در جدول ۲ خواص در نظر گرفته شده آمده است و بارگذاری نیز به صورت تنش صفحه‌ای فرض شده است.

جدول ۲: خواص در نظر گرفته شده برای استخراج میدان جابه‌جایی

$V$	$E(\text{MPa})$	$G(\text{MPa})$	$k$
0.3	200	76.9	2.077

الگوی لکه‌ای به صورت دایره‌هایی با قطر ۴ پیکسل با توزیع رندوم در نظر گرفته می‌شود که فاصله مرکز دایره‌ها بین ۶ تا ۱۰ پیکسل باشد. این الگوی لکه‌ای در پژوهش‌های زیادی استفاده شده و اندازه‌های آن بهینه شده است (Su et al, 2019)، (Jiang, 2023) و (Su and Zhang, 2022) که تصویر آن در شکل ۲ آمده است. با اعمال میدان جابه‌جایی بر تصویر مرجع، تصویر تغییر شکل یافته مطابق شکل ۲ ایجاد می‌شود.

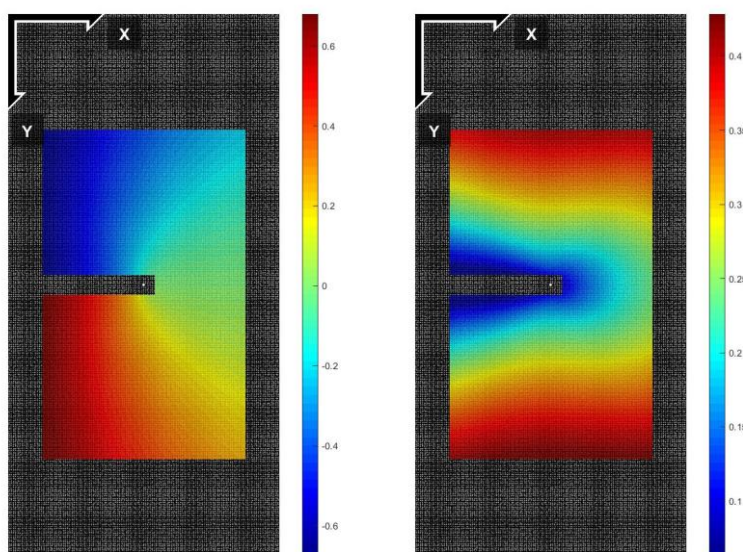


شکل ۲: تصاویر شبیه‌سازی شده، تصویر مرجع (سمت راست)، تصویر تغییر شکل یافته به همراه بزرگنمایی نوک ترک (سمت چپ)

## نتایج

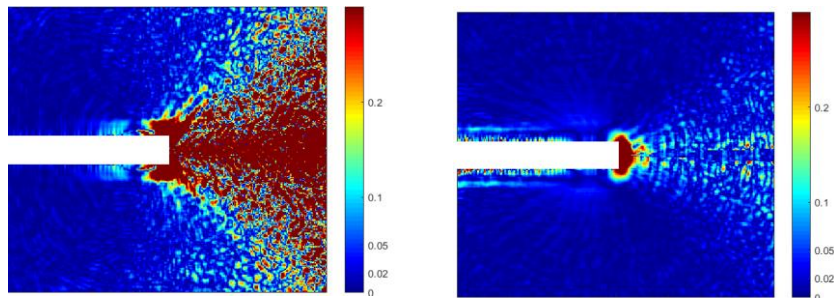
به منظور اطمینان از میدان جابه‌جایی مقدار  $K_I$  در ناحیه‌های مختلف میدان جابه‌جایی محاسبه و با مقدار  $K_I$  اعمالی مقایسه شد. مقدار خطای نسبی ضریب شدت تنش کمتر از  $10^{-8}$  است. این مقدار خطای نسبی نشان می‌دهد که خطای ناشی از محاسبات ناچیز است.

با وارد کردن تصاویر مرجع و تغییر شکل یافته در نرم‌افزار DIC (کد متلب ncorr) میدان جابه‌جایی در جهت  $u$  و  $v$  استخراج شد که در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: تصاویر میدان جابه‌جایی، در جهت U (سمت راست)، در جهت V (سمت چپ)

به منظور استخراج ضریب شدت تنش از رابطه (۴) استفاده می‌شود. برای این منظور یک بار از داده‌های میدان جابه‌جایی در جهت U استفاده می‌شود و یک‌بار از داده‌های میدان جابه‌جایی در جهت V. به منظور بررسی اثر مکان استخراج داده بر دقت نتایج از نواحی مختلف میدان جابه‌جایی داده استخراج می‌شود و در هر ناحیه از ۱۰۰ داده میدان جابه‌جایی استفاده می‌شود. در شکل ۴ خطای نسبی ضریب شدت تنش در نواحی مختلف آمده است.



شکل ۴: تصاویر خطای ضریب شدت تنش با استخراج داده در نواحی مختلف، استفاده از میدان جابه‌جایی U (سمت راست)، استفاده از میدان جابه‌جایی V (سمت چپ)

### بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی تأثیر نوع داده میدان جابه‌جایی و مکان داده‌های استخراج شده با روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی بر دقت ضریب شدت تنش پرداخته شد و از نواحی مختلف میدان جابه‌جایی U و V برای استخراج ضریب شدت تنش استفاده و نتایج زیر حاصل گردید:

- ۱- در صورتی که از داده‌های نزدیک نوک ترک برای استخراج ضریب شدت تنش استفاده شود نتیجه حاصل بیش از ۲۰ درصد خطا دارد، که این موضوع توسط پژوهشگران زیادی گزارش شده است.
- ۲- در صورت استفاده از میدان جابه‌جایی U (درجهت ترک)، ضریب شدت تنش دقت بالاتری خواهد داشت.
- ۳- در صورت استفاده از داده‌های میدان جابه‌جایی در جهت V (عمود بر ترک) در ناحیه سمت مقابل ترک و در راستای ترک، ضریب شدت تنش بیش از ۲۰ درصد خطا خواهد داشت

۴- بهترین ناحیه برای استخراج ضریب شدت تنش در میدان جابه‌جایی  $u$  ناحیه‌ای در فاصله بیش از ۱۰۰ پیکسل در بالا و پایین نوع ترک می‌باشد و در صورتی که از این نواحی استفاده شود مقدار خطای ضریب شدت تنش می‌تواند کم‌تر ۲ درصد شود.

در این پژوهش تأثیر مکان داده‌ها در استخراج ضریب شدت تنش برای یک صفحه با ترک لبه‌ای گزارش شد و به منظور بررسی دقیق‌تر لازم است که ترک‌های مختلف در انواع حالت‌های بارگذاری با ضرایب شدت تنش کم و زیاد مطالعه شود و همچنین تأثیر پارامترهای دیگر نظیر: تأثیر لنز، دوربین و اندازه و نوع الگوی لکه‌ای در دقت نتایج بررسی گردد تا بتوان دقت روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتالی در اندازه‌گیری ضریب شدت تنش را پیش‌بینی نمود.

## منابع

- Anderson, T. L., & Anderson, T. L. (2005). *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. CRC press.
- Chen, J., Zhan, N., Zhang, X., & Wang, J. (2015). Improved extended digital image correlation for crack tip deformation measurement. *Optics and Lasers in Engineering*, 65, 103-109.
- Eremin, A., Lyubutin, P., Panin, S., & Sunder, R. (2022). Application of digital image correlation and Williams series approximation to characterize mode I stress intensity factor. *Acta Mechanica*, 233(12), 5089-5104.
- Eshraghi, I., Dehnavi, M. R. Y., & Soltani, N. (2014). Effect of subset parameters selection on the estimation of mode-I stress intensity factor in a cracked PMMA specimen using digital image correlation. *Polymer testing*, 37, 193-200.
- Jiang, Z. (2023). OpenCorr: An open source library for research and development of digital image correlation. *Optics and Lasers in Engineering*, 165, 107566.
- Kojouri, A. S., Rikaei, H. K., Kalteremidou, K. A., & Van Hemelrijck, D. (2023). Experimental evaluation of J-integral in elastic and elastic-plastic polymers by means of digital image correlation and higher-order eigenfields under mode-I. *Engineering Fracture Mechanics*, 291, 109534.
- Liao, M., Tang, A., Hu, Y. G., & Guo, Z. (2015). Computation of coefficients of crack-tip asymptotic fields using the weak form quadrature element method. *Journal of Engineering Mechanics*, 141(8), 04015018.
- McNeill, S. R., Peters, W. H., & Sutton, M. A. (1987). Estimation of stress intensity factor by digital image correlation. *Engineering fracture mechanics*, 28(1), 101-112.
- Mokhtarishirazabad, M., Lopez-Crespo, P., & Zanganeh, M. (2018). Stress intensity factor monitoring under cyclic loading by digital image correlation. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 41(10), 2162-2171.
- R  thor  , J., Gravouil, A., Morestin, F., & Combescure, A. (2005). Estimation of mixed-mode stress intensity factors using digital image correlation and an interaction integral. *International Journal of Fracture*, 132, 65-79.
- Roux, S., R  thor  , J., & Hild, F. (2009). Digital image correlation and fracture: an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 42(21), 214004.
- Su, Y., Gao, Z., Fang, Z., Liu, Y., Wang, Y., Zhang, Q., & Wu, S. (2019). Theoretical analysis on performance of digital speckle pattern: uniqueness, accuracy, precision, and spatial resolution. *Optics express*, 27(16), 22439-22474.
- Su, Y., & Zhang, Q. (2022). Glare: A free and open-source software for generation and assessment of digital speckle pattern. *Optics and Lasers in Engineering*, 148, 106766.
- Sutton, M. A. (2014). *Image-based Measurements in Solid Mechanics: A Brief History, Static and Dynamic Application Examples and Recent Developments*. BSSM 50th Anniversary, University of South Carolina.



## The effect of the displacement data region on the accuracy of the stress intensity factor in the DIC

**Abdollah Haghighi<sup>1</sup>**

Intelligence-Based Experimental Mechanics  
Center, School of Mechanical Engineering,  
College of Engineering, University of Tehran,  
Tehran, Iran

**Nasser Soltani**

Intelligence-Based Experimental Mechanics  
Center, School of Mechanical Engineering,  
College of Engineering, University of Tehran,  
Tehran, Iran

### Abstract

The digital image correlation is a practical method for measuring the stress intensity factor. By comparing the DIC results with analytical relationships and other measurement methods, the efficiency and accuracy of DIC have been validated. This method relies on taking sample images in different stages of loading. Despite its wide application and apparent ease of use, the DIC compared to well-established methods such as strain gauges has disadvantages. Because the measurement chain in DIC includes many components that affect the results, in this research, the displacement field data extracted with DIC in the direction of the crack and perpendicular to the crack has been analyzed to calculate the SIF and the effect of the location of the data collection on the accuracy of the results has also been investigated. For this purpose, a numerical image has been created. The virtual displacement field is applied to the image and the displacement field is extracted using DIC. The SIF has been calculated from different displacement regions. The results show that for SIF measurement, the u displacement is more accurate SIF than the v displacement. Also, the SIF accuracy is influenced by the data collection region

**Keywords:** Digital Image Correlation, Fracture Mechanics, Stress Intensity Factor, Crack.

---

<sup>1</sup> Corresponding Author